

Abstrakt

McKay-Miller-Širáňove (MMS) grafy H_q tvoria triedu veľkých grafov s priemerom 2 a stupňom $(3q - \delta)/2$, kde $q = 4k + \delta > 2$ je mocnina prvočísla. Významným členom tejto triedy je Hoffman-Singletonov graf, ktorý je izomorfný s grafom H_5 .

Pôvodná konštrukcia MMS grafov spočívala vo zdvihu grafu $K_{q,q}$ pomocou napätí z aditívnej grupy $GF(q)$. Neskôr Šiagiová predstavila konštrukciu MMS grafov ako zdvihov grafov s dvoma vrcholmi pre $q = 4k + 1$. Hafner popísal geometrickú konštrukciu využívajúcu biafinnú rovinu, ktorú následne použil na určenie grúp automorfizmov všetkých MMS grafov.

Použijúc Hafnerove výsledky, pre každé q identifikujeme abelovskú grupu automorfizmov grafu H_q , ktorá má rád q^2 . Dokážeme, že táto grupa má semiregulárnu akciu na množine vrcholov grafu H_q a rozdeľuje vrcholy na dve orbity. Toto pozorovanie vedie k dôkazu, že každý MMS graf je izomorfný so zdvihom grafu s dvoma vrcholmi, t.j., je to bi-Cayleyho graf.

Motivovaný otázkou položenou Rosom, Šiagiová a Meszka našli päťicu hranovo disjunktných Hoffman-Singletonových grafov v K_{50} zdieľajúcich spoločnú grupu automorfizmov rádu 25. Charakterizujeme všetky napäťové priradenia, ktoré generujú Hoffman-Singletonov graf v Šiagiovej konštrukcii, a nájdeme korešpondenciu medzi týmito priradeniami a oválmi v klasickej projektívnej rovine rádu 5.

S využitím tejto charakterizácie a použitím počítačového vyhľadávania dokážeme, že existuje 16 neizomorfných päťíc hranovo disjunktných Hoffman-Singletonových grafov, ktoré zdieľajú spoločnú grupu automorfizmov rádu 25, a ukážeme, že tieto päťice pochádzajú z jedinej päťice po dvoch disjunktných oválov v klasickej projektívnej rovine rádu 5 zdieľajúcich priamku v nekonečne ako dotyčnicu.

V poslednej časti sa stručne zaoberáme príbuzným pojmom q disjunktných oválov zdieľajúcich spoločnú dotyčnicu v klasickej projektívnej rovine rádu q .

Kľúčové slová: McKay-Miller-Širáňove grafy, Hoffman-Singletonov graf, zdvihy grafov, bi-Cayleyho grafy, ovály v projektívnych rovinách