

Abstrakt

Analyzujeme pohybové rovnice a konštitutívne vzťahy vo vlnovočíselnej oblasti a uvádzame heterogénnu konečno-diferenčnú (KD) formuláciu rovníc pre štyri konfigurácie vlnového poľa v elastickom izotropnom prostredí. Priestorová diskretizácia implikuje, že prostredie musí byť pásmovo limitované po Nyquistovo vlnové číslo. Skúmame dôsledky priestorovej diskretizácie a pásmovej limitácie po Nyquistovo vlnové číslo celých rovníc. Vlnovočíselná pásmová limitácia rovníc nahrádza priestorové derivácie spojitými priestorovými konvolúciami. To znamená, že vlnovočíselná pásmová limitácia odstraňuje nespojitosti priestorových derivácií rýchlosti častíc a napätia v mieste materiálového rozhrania. Spojitá priestorová konvolúcia musí byť aproximovaná diskretnou konvolučnou sumou konečného rozsahu, t.j. vhodným KD operátorom. Okrem toho skúmame presné a simulované vlnové polia vo vlnovočíselnej oblasti. Ukazujeme, že vlnové pole v ľubovoľnom heterogénnom modeli má neohraničené vlnovočíselné spektrum. Vlnové čísla väčšie než Nyquistovo vlnové číslo nemôžu byť reprezentované v KD sieti, čo spôsobuje chybu diskretnej reprezentácie vlnového poľa. Kvôli násobeniu priestorovo závislých materiálových parametrov s veličinami vlnového poľa sa chyba šíri z vysokých vlnových čísel do celého vlnovočíselného spektra. Vysvetľujeme, prečo je táto chyba, ako aj chyba v dôsledku aliasingu, dostatočne malá. Okrem toho sa venujeme fyzikálnym dôsledkom teoretického predpokladu, že skutočné prostredie je vlnovočíselne pásmovo limitované. Skúmame rozptyl vlny na malej perturbácii a poskytujeme fyzikálny náhľad do jeho mechanizmu. Z analýzy vychádza, že pre pásmovo limitované prostredie po vlnové číslo k_m je rozptýlené vlnové pole presné len po vlnové číslo $k_m/2$. To ústi do požiadavky aspoň štyroch sieťových bodov na najkratšiu vlnovú dĺžku vlnového poľa. Na záver skúmame závislosť chyby rozhrania KD operátorov na ráde operátora, frekvencii, relatívnej polohe sieťových bodov vzhľadom na materiálové rozhranie a na reprezentácii materiálového rozhrania. Numerická analýza ukazuje, že skoková zmena rýchlosti vln na materiálovom rozhraní spôsobuje veľkú chybu rozhrania v okolí materiálového rozhrania. Vlnovočíselná pásmová limitácia výrazne znižuje chybu rozhrania KD operátorov.

Kľúčové slová: materiálové rozhranie, metóda konečných diferencií, vlnovočíselná pásmová limitácia, vlnovočíselné spektrum, chyba rozhrania