

Abstrakt

Kubické grafy bez mostov možno klasifikovať podľa ich *indexu perfektného párovania*—čo je minimálny počet perfektných párovaní potrebných na pokrytie ich hrán—označený ako $\pi(G)$. Snarky—kubické grafy bez mostov s $\pi(G) \geq 4$ —sa ďalej klasifikujú na tie s $\pi(G) = 4$ a tie s $\pi(G) \geq 5$. V tejto práci nazývame kubické grafy s $\pi(G) \leq 4$ *pokrývateľné* a tie s $\pi(G) \geq 5$ *nepokrývateľné*. Táto práca skúma nepokrývateľnosť snarkov štyrmi dokonale zhodnými párovaniami.

Najprv skúmame súvislosť medzi pokrytím čo najväčšieho počtu hrán štyrmi perfektnými párovaniami a pokrytím každej hrany štyrmi (nie nevyhnutne perfektnými) párovaniami. Teoreticky aj algoritmicky ukazujeme, že pre každý bezmostíkový kubický graf G je minimálny celkový počet vrcholov, ktoré zostanú nepokryté v pokrytí štyrmi párovaniami grafu G , nanajvýš dvojnásobok minimálneho počtu hrán, ktoré zostanú nepokryté štyrmi perfektnými párovaniami grafu G . Konštruujeme nekonečnú rodinu netriviálnych (cyklicky 4-hranovo súvislých a s obvodom aspoň 5) nepokryteľných snarkov, pre ktoré sa tieto dve hodnoty zhodujú a môžu byť ľubovoľne veľké. Okrem toho ukazujeme príklady takýchto snarkov, kde sa hodnoty líšia. Ďalej ukazujeme, že každý bezmostový kubický graf má pokrytie štyrmi párovaniami obsahujúcimi aspoň dve perfektné párovania, čím zosilňujeme klasický výsledok Petersena, ktorý zaručuje iba jedno dokonalé párovanie v takomto pokrytí. Okrem toho spájame existenciu takéhoto pokrytia obsahujúceho tri dokonalé párovania so známou hypotézou Fana a Raspauda.

Ďalej skúmame existenciu *rozšíreného tetrahedrálneho toku* na bezmostíkových kubických grafoch, definovaného ako nikde-nulový $\mathbb{Z}_2^4$ -tok, ktorého hodnoty sú obmedzené na prvky s váhou 1 alebo 2, kde váha prvku $\mathbb{Z}_2^4$ je počet jeho nulových súradníc. Existenciu takýchto tokov spájame s hypotézou 5-cyklového dvojitého pokrytia a s hypotézou Fana a Raspauda.

Nakoniec skúmame pokrytie kubického grafu G nepárnymi faktormi (napínajúce podgrafy, v ktorých má každý vrchol stupeň 1 alebo 3). Skúmame najmenší počet vrcholov stupňa 3 naprieč štyrmi nepárnymi faktormi, ktoré tvoria pokrytie G . Dokážeme vzťahy medzi týmto parametrom a minimálnym počtom defektných čiar v rozšírených tetrahedrálnych tokoch G .

Kľúčové slová: snark, perfektné párovanie, nikde nulový tok, cyklická súvislosť, hranové farbenie